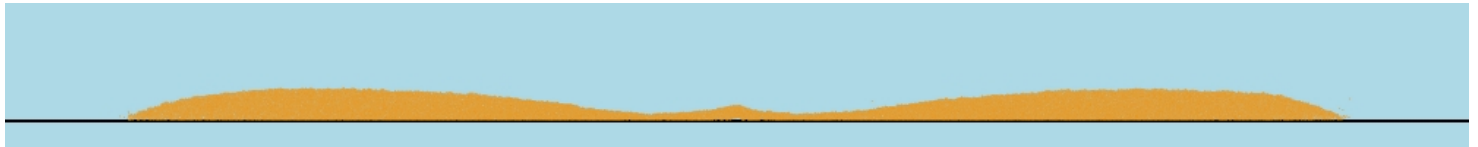


Modélisation Continue d'Écoulements Granulaires: Application aux Effondrements de Colonnes



Lydie Staron¹, Pierre-Yves Lagrée¹ & Stéphane Popinet²

¹ CNRS-University Paris VI, Institut Jean le Rond D'Alembert, France

² NIWAR, Wellington, New-Zeland

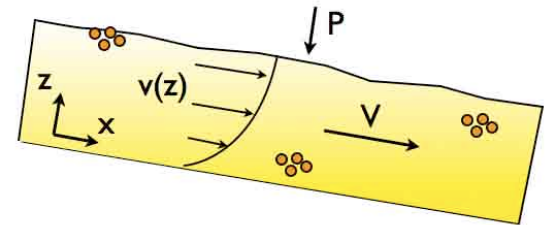
Quelle rhéologie pour les écoulements granulaires denses?

- Absence d'une variable d'état clairement identifiée
- Difficulté à décrire la transition fluide/solide (divergence de la viscosité)

La proposition $\mu(I)$ (GdR Midi 04, Dacruz et al 05, Jop et al 06):

Pour un écoulement cisailé (v, z, P, d, ρ): on définit le nombre d'inertie I et le coefficient de frottement $\mu = \tau/P$

$$I = \frac{d\partial v / \partial z}{\sqrt{P/\rho}} \quad \text{et} \quad \mu(I) = \mu_s + \frac{\Delta\mu}{I_0/I + 1}$$



⇒ Généralisation à d'autres formes d'écoulements? (Lacaze et al 2009)

⇒ Implémentation dans un solveur de Navier-Stokes complet?

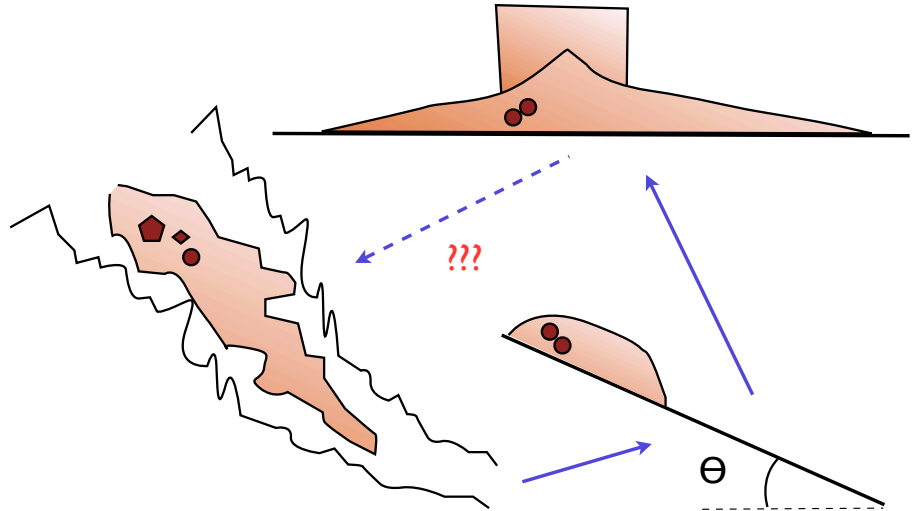
Plan de l'Exposé

1. Présentation de l'expérience de l'effondrement de colonnes granulaires
2. Implémentation de $\mu(I)$ dans le solver Gerris
3. Simulation continue des effondrements de colonnes: structure de l'écoulement
4. Conclusions

Pourquoi une telle expérience?



Frank slide (Canada)

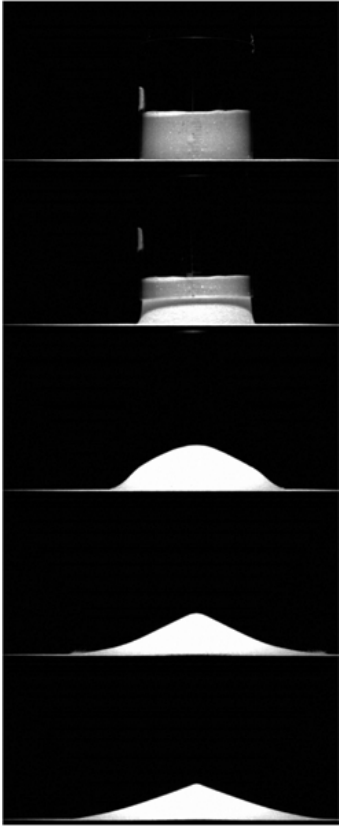


1. Étudier l'étalement et la longueur de run-out
2. Comprendre l'origine des propriétés dissipatives
3. Quantifier l'influence des paramètres matériels (dispersité de taille, forme, matériaux)

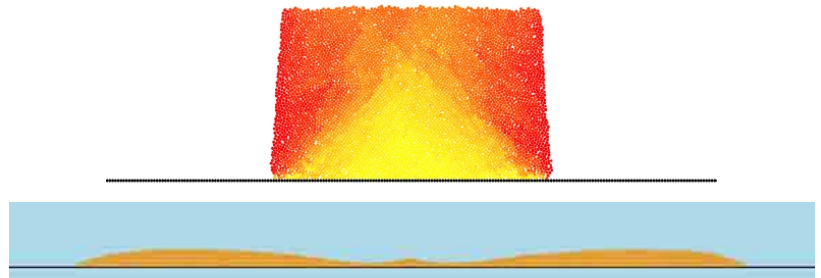
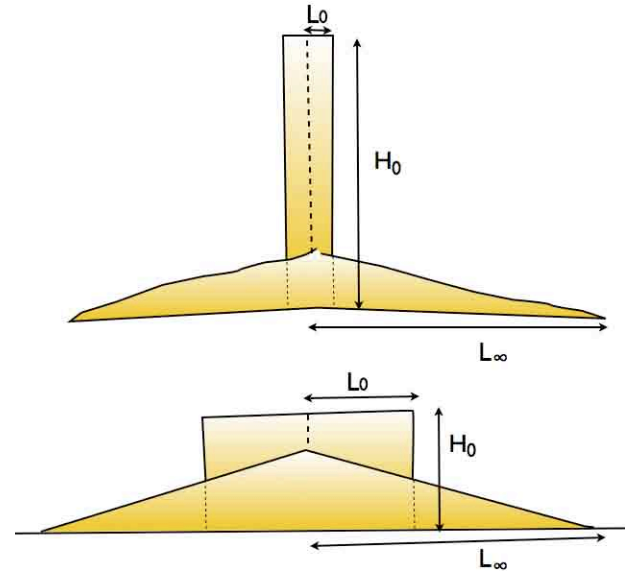
(Lajeunesse *et al* 2004-05, Lube *et al* 2004-05, Kerswell & Balmforth 2005, Lacaze & Phillips 2008 ...)

Les Effondrements de Colonnes p

Protocole expérimental

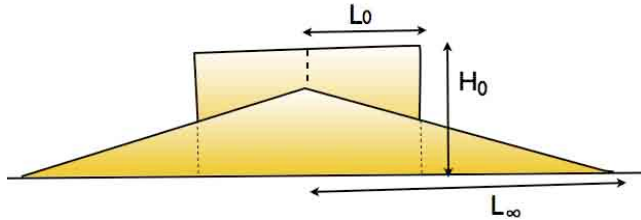


(Lajeunesse *et al* 04, Staron & Hinch 05, Zenit 05)



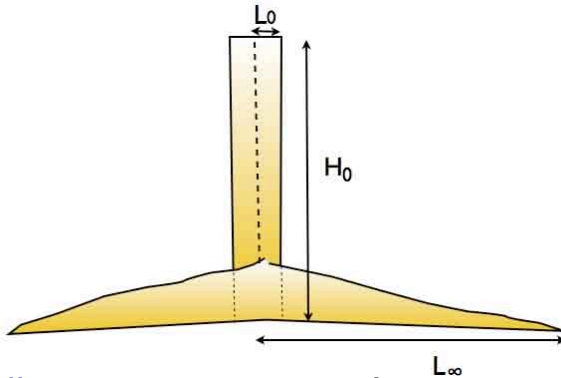
Résultat: Loi d'échelle pour la longueur de run-out

"Petit" rapport d'aspect $a = H_0/L_0 (\lesssim 2.5)$



$$\frac{L_\infty - L_0}{L_0} = \lambda_1 \left(\frac{H_0}{L_0} \right)^1$$

"Grand" rapport d'aspect $a = H_0/L_0 (2.5 \lesssim)$



$$\frac{L_\infty - L_0}{L_0} = \lambda_2 \left(\frac{H_0}{L_0} \right)^\alpha$$

$$\alpha \simeq 2/3 \text{ en 2D}$$

$$\alpha \simeq 1/2 \text{ en 3D}$$

Modélisations continues: Approximation de Saint-Venant (Mangeney et al 05, Larrieu et al 06), FEM pour des écoulements visco-plastiques (Crosta et al 09)

Solveur Open-source pour la résolution des équations de Navier-Stokes incompressibles par une méthode VOF (Popinet 2003, 2009)

<http://gfs.sourceforge.net>

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{u} &= 0 \\ \rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} \right) &= -\nabla p + \nabla \cdot (2\eta \mathbf{D}) + \rho \mathbf{g} \\ \frac{\partial c}{\partial t} + \nabla \cdot (c\mathbf{u}) &= 0 \\ \rho &= c\rho_1 + (1-c)\rho_2 \\ \eta &= c\eta_1 + (1-c)\eta_2 \end{aligned}$$

⇒ Application à de nombreux problèmes bi-phasiques

⇒ Possibilité d'implémenter diverses rhéologies: $\eta = f(D, p, \dots)$

Implémentation de la Rhéologie $\mu(I)$ dans Gerris

Frottement:

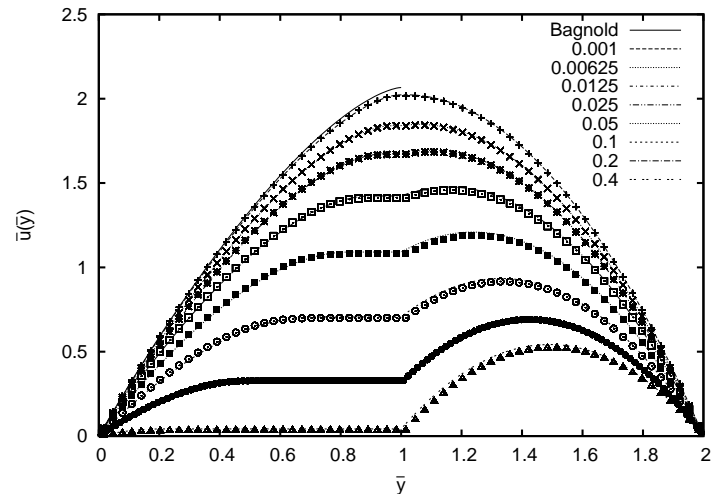
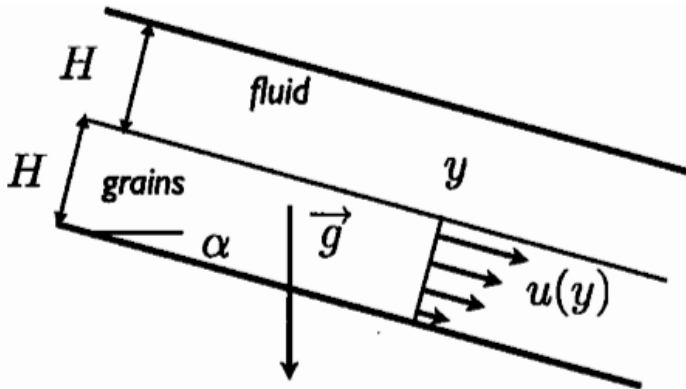
$$\mu(I) = \mu_s + \frac{\Delta\mu}{I_0/I + 1} \quad \text{avec} \quad I = d \frac{\sqrt{2}D_2}{\sqrt{p/\rho}}$$

avec $D_2 = \sqrt{D_{ij}D_{ij}}$ et $D = (\nabla\mathbf{u} + \nabla\mathbf{u}^T)/2$

Viscosité:

$$\eta = \max\left(\frac{\mu(I)}{\sqrt{2}D_2}p, 0\right)$$

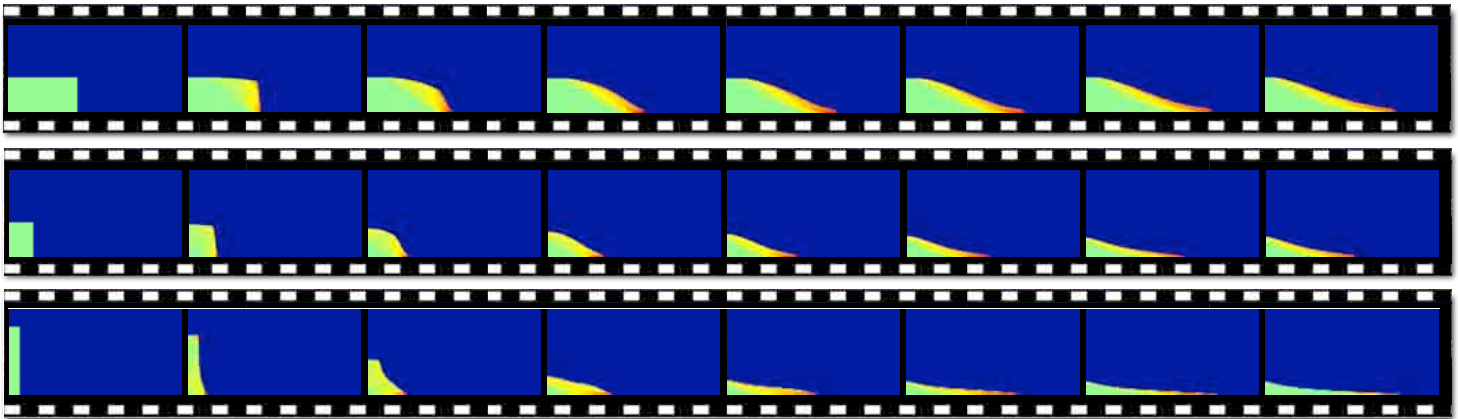
⇒ Test sur un écoulement plan:



Les Effondrements de Colonnes par Gerris

Implémentation: On considère les cas $a = 0.5$, $a = 1.4$ et $a = 6.3$;
on choisit μ_s , $\Delta\mu$ et I_0 maximisant l'accord avec les simulations discrètes.

- Le fluide environnant est à densité et à viscosité faibles
- Condition de non glissement au fond

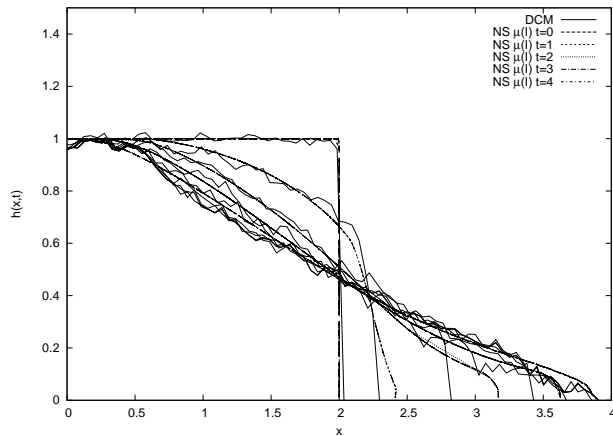


Les Effondrements de Colonnes par Gerris

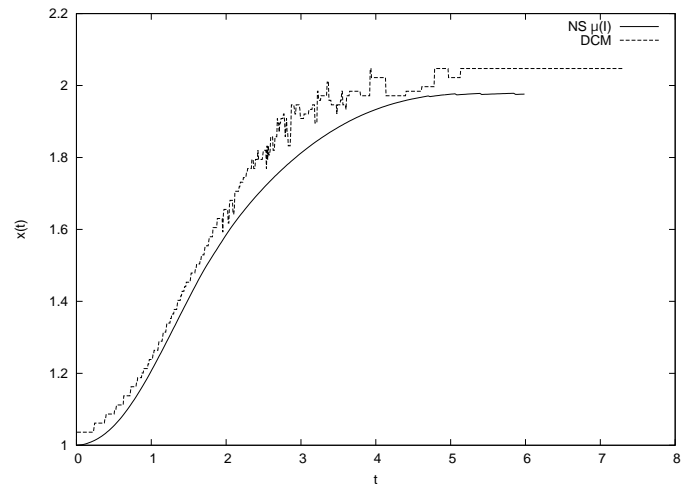
Cas $a = 0.5$:



Évolution de la forme

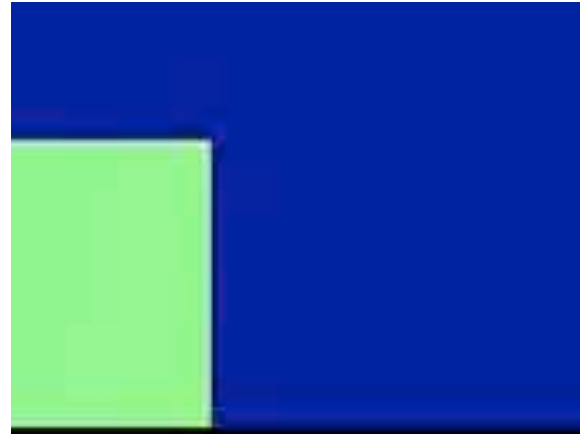
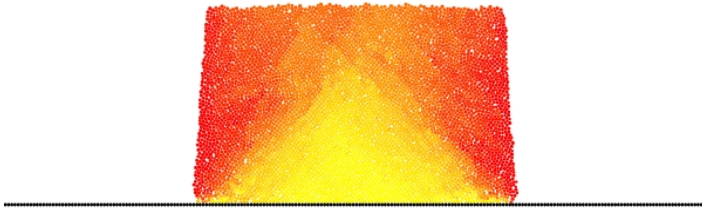


Propagation du front

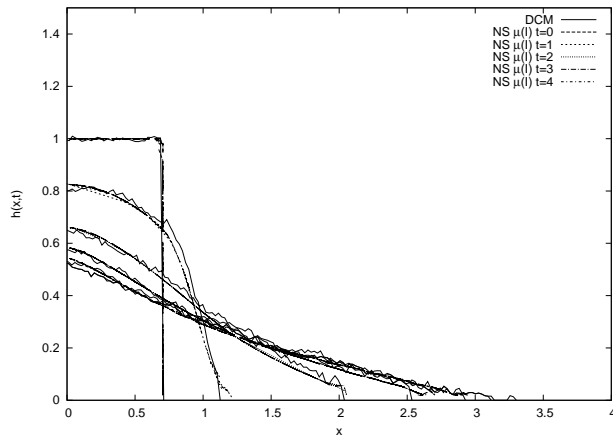


Les Effondrements de Colonnes par Gerris

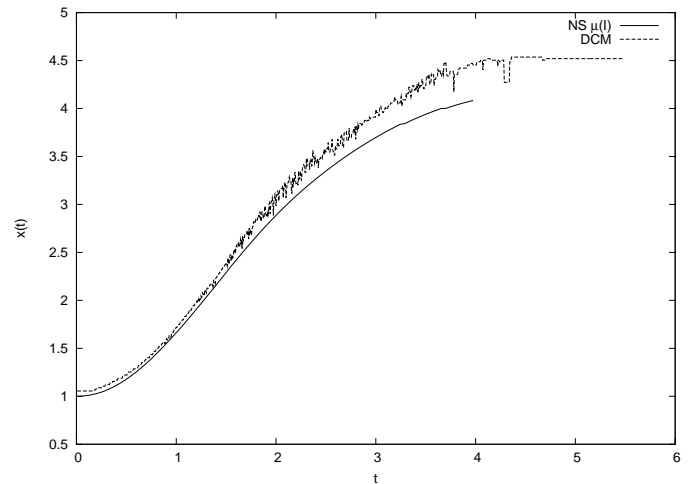
Cas $a = 1.4$:



Évolution de la forme



Propagation du front

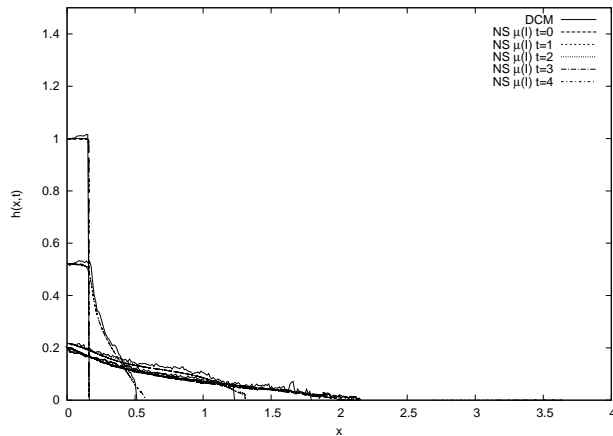


Les Effondrements de Colonnes par Gerris

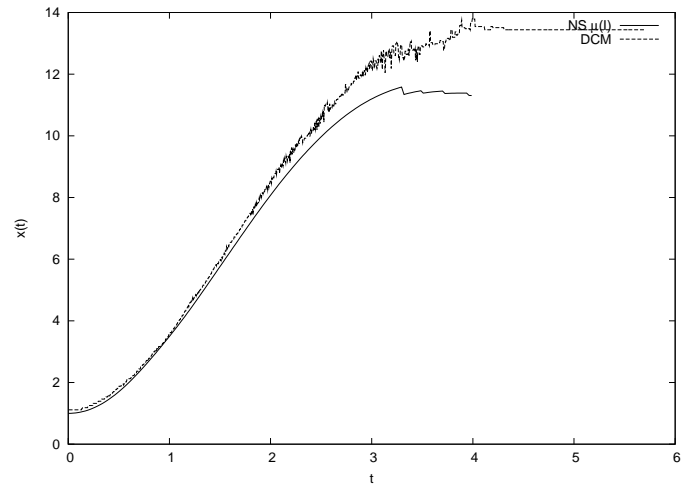
Cas $a = 6.3$:



Évolution de la forme

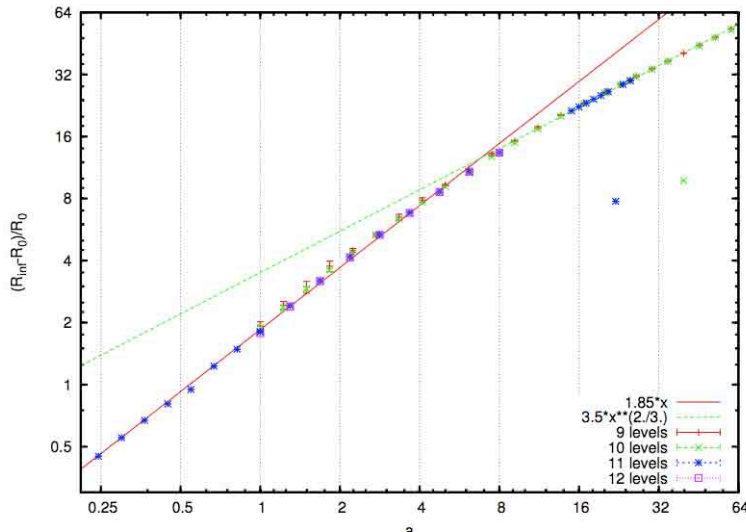


Propagation du front



Les Effondrements de Colonnes par Gerris

La loi d'échelle pour la longueur d'écoulement:

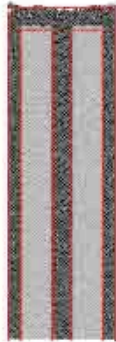


On retrouve:

$$\frac{R_\infty - R_0}{R_0} \simeq \begin{cases} \lambda_1 a & a < a_0 \\ \lambda_2 a^{2/3} & a > a_0 \end{cases}$$

(avec a_0 plus grand que les valeurs observées habituellement)

Cas $a = 6.3$: Contours verticaux



$t_* = 0$



$t_* = 0.66$



$t_* = 0.95$



$t_* = 1.24$



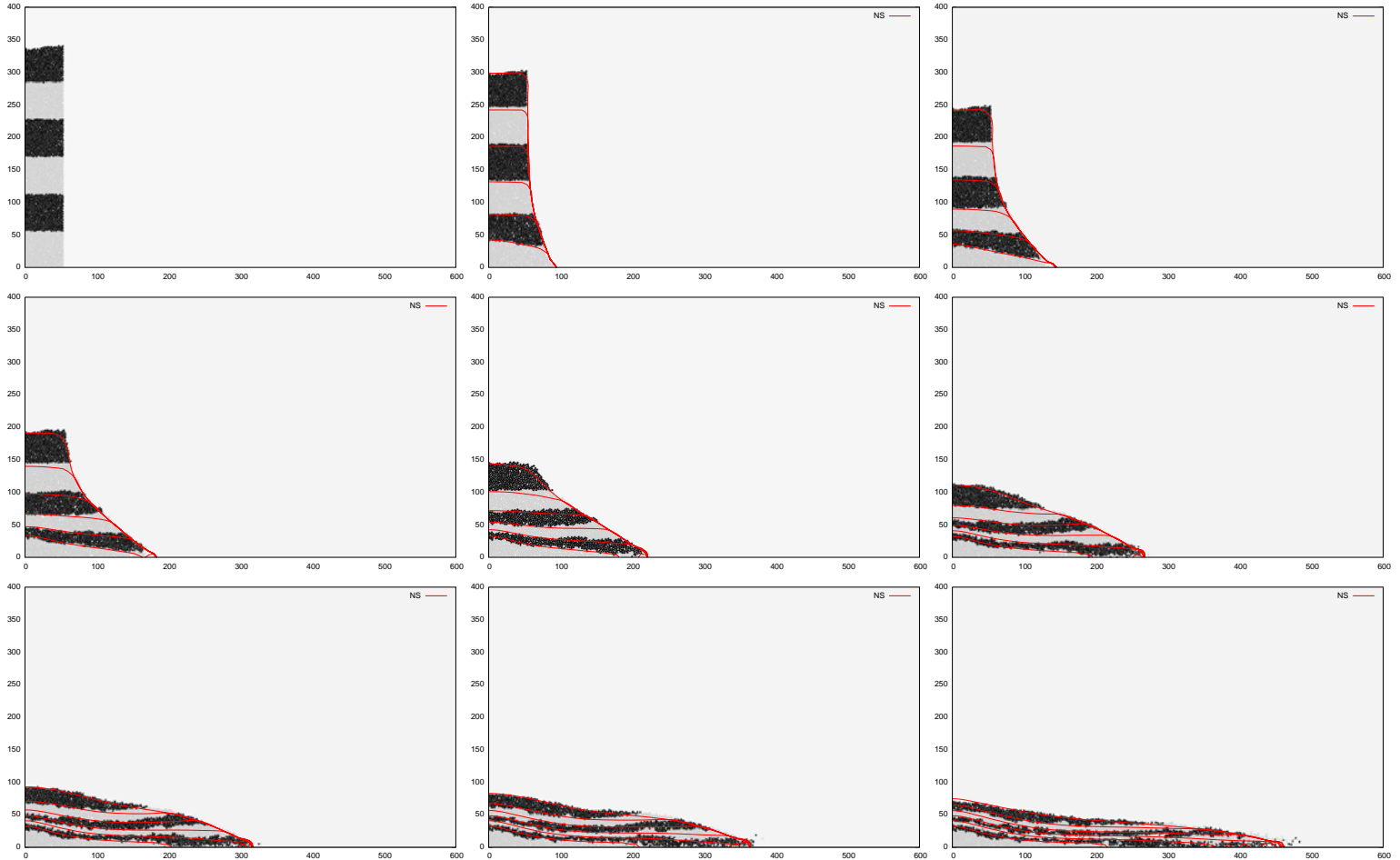
$t_* = 1.52$



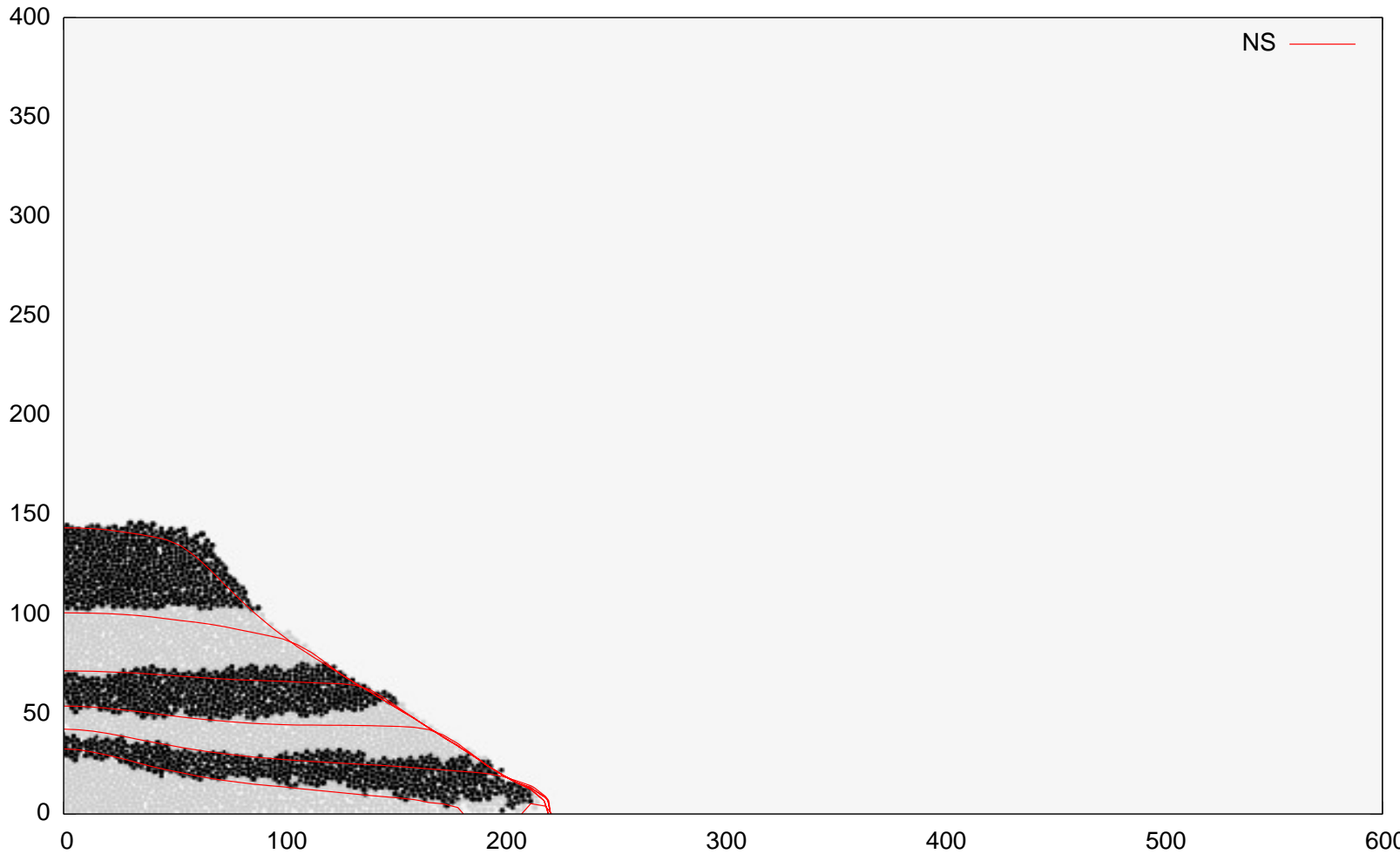
$t_* = 2.28$

Déformations Intérieures: Comparaisons

Cas $a = 6.3$: Contours horizontaux

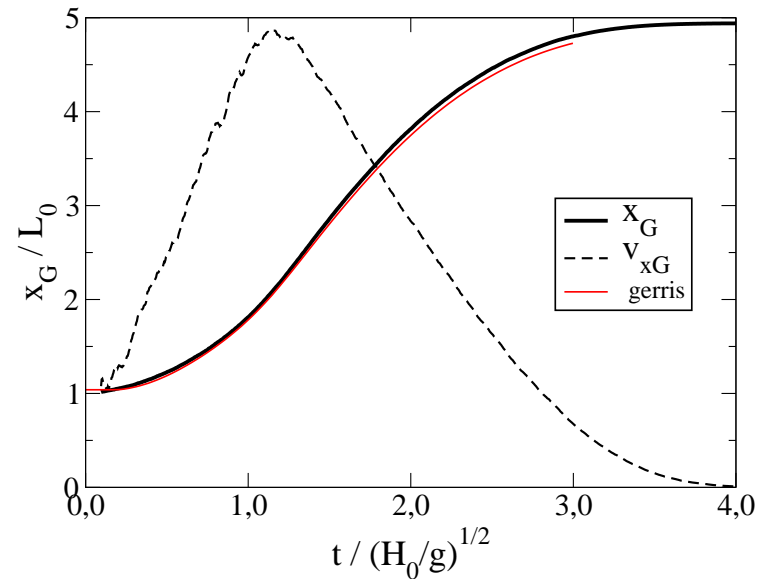
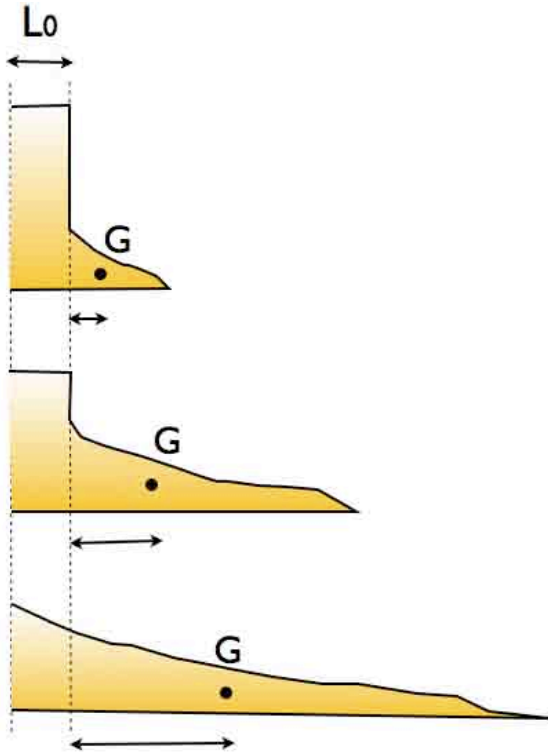


Cas $a = 6.3$: Contours horizontaux



Autour du Centre de Masse

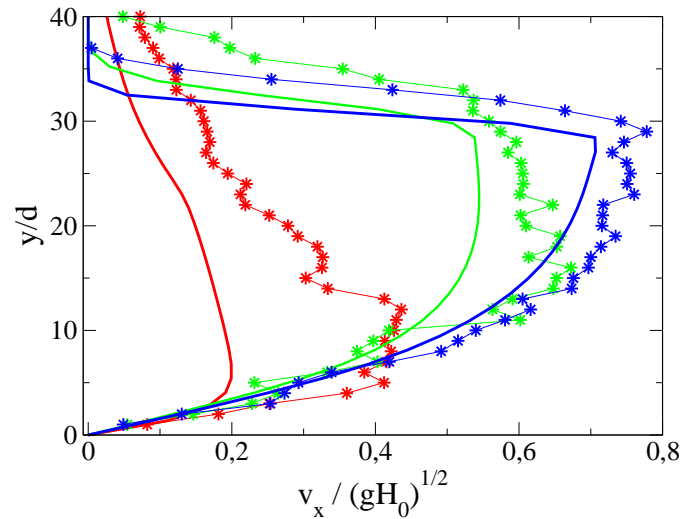
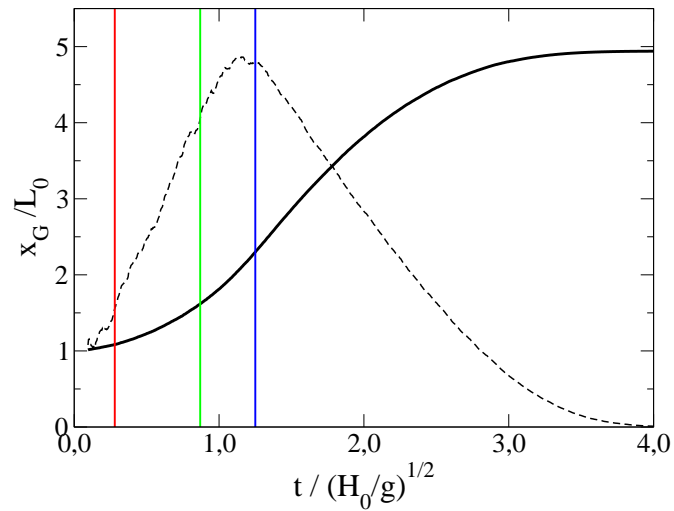
Structure de l'écoulement autour du centre de masse



⇒ Profil de vitesse autour du centre de masse?

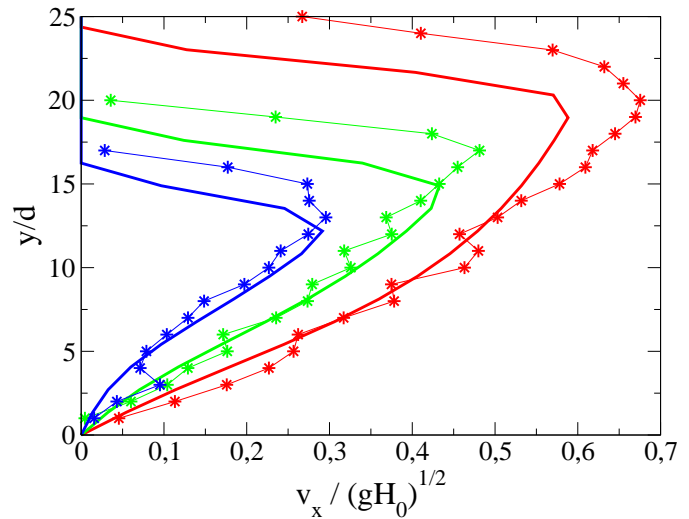
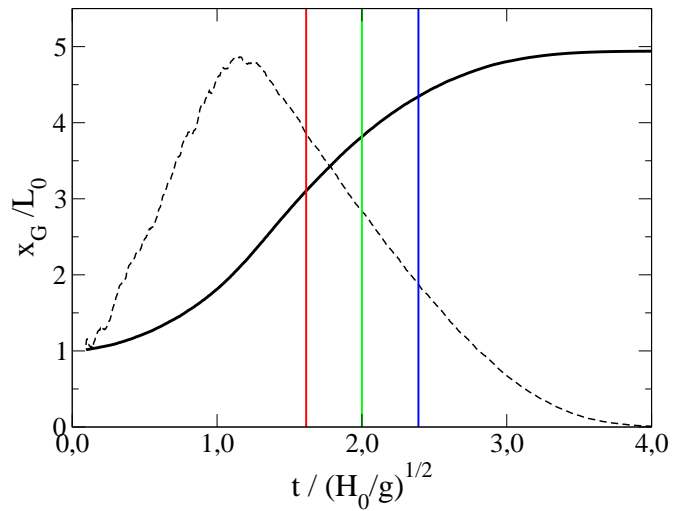
Autour du Centre de Masse

La phase d'accélération



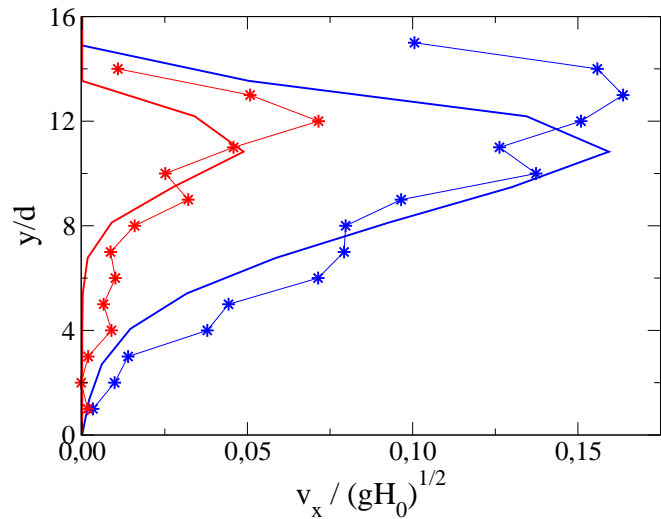
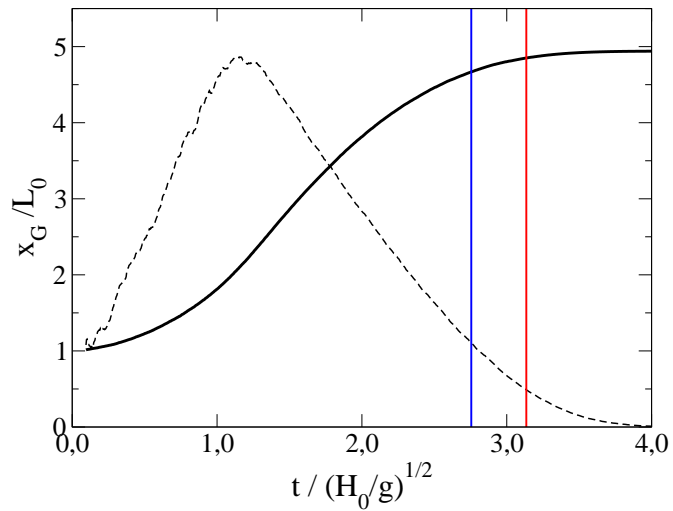
Autour du Centre de Masse

La phase de décélération



Autour du Centre de Masse

La phase d'arrêt



Conclusions

- Accord très encourageant entre comportement continu et discret
- Mieux comprendre les paramètres de la loi $\mu(I)$ pour maximiser l'accord
- Problème de la rhéologie/description continue du front d'écoulement
- Supporte la généralité de la loi $\mu(I)$
- Ouvre de larges perspectives de simulations continues d'écoulements granulaires instationnaires

Les Effondrements de Colonnes par Gerris

Le cas d'un très grand rapport d'aspect: $a=67$

