

Écoulements granulaires dans une trémis

Merline Tankeo¹ Patrick Richard¹ Édouard Canot²

¹IPR, Université de Rennes 1, CNRS UMR 6251, F35042 Rennes Cedex, France

²IRISA/CNRS, Campus de Beaulieu, UMR 6074, 35042 Rennes, France

May 14, 2011



Milieu granulaire



Le débit dans un silo est donné loi de Beverloo

$$Q = C\rho \bar{g}(D - kd)^{\frac{5}{2}}.$$

les parametres microscopiques? Le milieu granulaire est modélisé par DEM

But Derterminer l'influence de certains paramètres macroscopiques tel que le cofficient de restitution normal et le cofficeint de frottement.

Dynamique moléculaire

But Intégrer les équations du mouvement des grains.

$$\begin{cases} m_i \frac{d\vec{V}_i}{dt} = \sum_{\text{contact}\{ij\}} \vec{F}_{j \rightarrow i} + m_i \vec{g}, \\ I_i \frac{d\vec{\omega}_i}{dt} = \sum_{\text{contact}\{ij\}} \vec{M}_{j \rightarrow i} \end{cases} \quad (1)$$

Schéma d'intégration "velocity Verlet" est appliqué pour obtenir la position d'une particule $r(t)$ à l'instant t

Force Normale = force dirigée selon le vecteur unitaire \vec{n}

$$F_n = -k_n \delta - \gamma_n \dot{\delta} \quad (2)$$

(2) conduit à une équation linéaire du second ordre que l'on sait résoudre exactement:

$$m_{eff} \frac{d^2 \delta}{dt^2} + \gamma_n \frac{d\delta}{dt} + k_n \delta = 0 \text{ où } 1/m_{eff} = 1/m_i + 1/m_j$$

Force tangentielle se définit rapport à \vec{V}_{ij}^s . Soit \vec{t} le vecteur unitaire:

$$\vec{t} = \vec{V}_{ij}^s / |V_{ij}^s|.$$

$$F_t = -\min(|k_t u_t|, |\mu F_n|) \quad (3)$$

où $k_t = \frac{2}{7} k_n$, $u_t = \int_{traj.} \vec{t} \cdot d\vec{l}$ est le recouvrement tangential et μ est le coefficient de frottement.

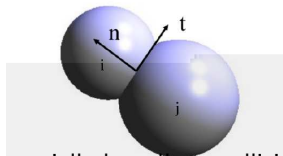


Figure: Directions normale et tangentielle lors d'une collision

Géométrie d'étude

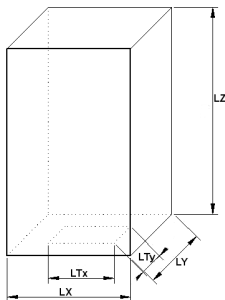
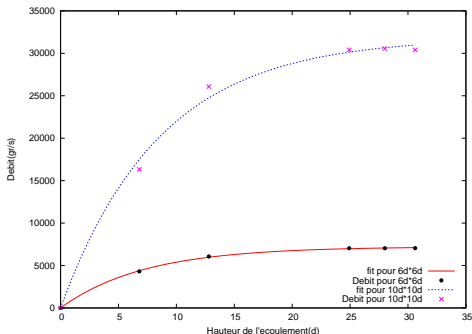


Figure: Silo utilisé lors des simulations

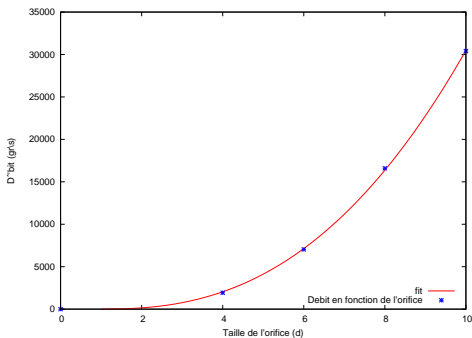
Notre silo = un pavé dont la hauteur est $LZ = 50d$, la largeur $LX = 25d$ et la profondeur $LY = 25d$, Orifice = $LTx \times LTy$.

Relation entre la hauteur de l'écoulement et le débit



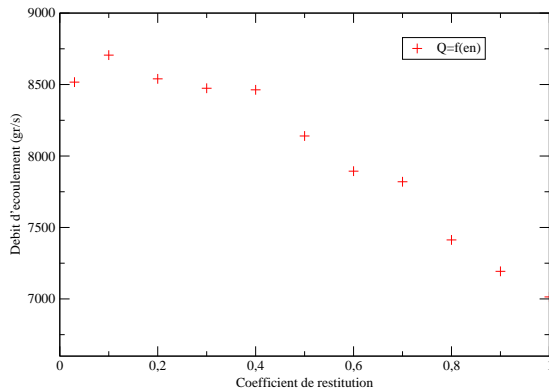
Conforme au modèle de Janssen. Courbes ajustées à $Q = f(H/d)$ par la fonction $Q = Q_0(1 - \exp(-h/H_0))$. $Q_0 = 7212 \text{ gr/s}$ et $H_0 = 7.26d$ pour l'orifice $6d \times 6d$ et $Q_0 = 31849 \text{ gr/s}$ et $H_0 = 8.53d$ pour l'orifice $10d \times 10d$.

Relation entre les dimensions de l'orifice et le débit



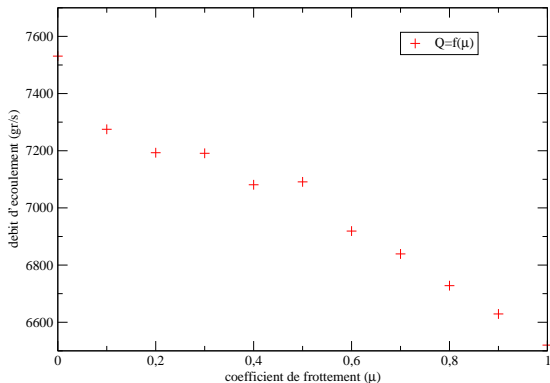
$f(x) = A\left(\frac{x}{d} - k\right)^{5/2}$ avec $A = 122.75 \text{ grains/s}$, $A \propto \rho \bar{g}$ et k est une constante qui est fonction de la forme des grains. (loi de Beverloo). **Les**

Débit, coefficient de restitution



e_n est inversement proportionnel au débit

Débit et coefficient de frottement



μ est inversement proportionnel au débit

Qu'est ce qui fait varier le débit? Vitesse ou/et Compacité?

Modèle cinématique

Deux hypothèses

- ▶ Incompressibilité du milieu granulaire
- ▶ les grains se déplacent vers les zones de grande vitesse verticale selon $v_i = -b \frac{\partial v_z}{\partial i}$, $i = x, y$

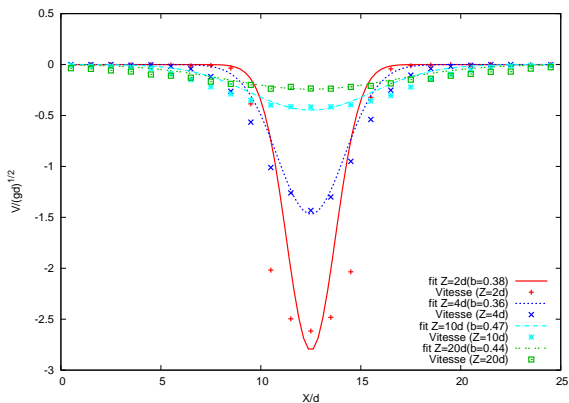
Si nous avons accès au débit en nombre de grains par seconde, nous avons

$$Q = \frac{q_0}{\pi d^3/6}, \quad (4)$$

ce qui donne

$$v_z(x, y, z) = \frac{Qd^3}{24bz} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{4bz}\right). \quad (5)$$

profil de vitesse observé et obtenu par le modèle cinétique

Figure: Ajustement de la vitesse à différentes hauteurs z

Effet du coefficient de restitution sur le profil de vitesse

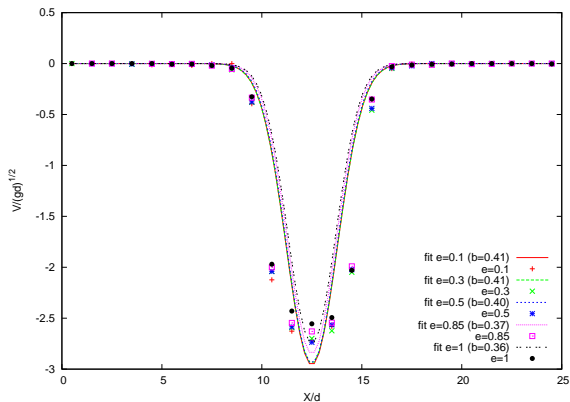


Figure: Récapitulatif de l'effet du coefficient de restitution sur le profil de vitesse à la hauteur $Z=2d$

Effet du coefficient de frottement sur le profil de vitesse

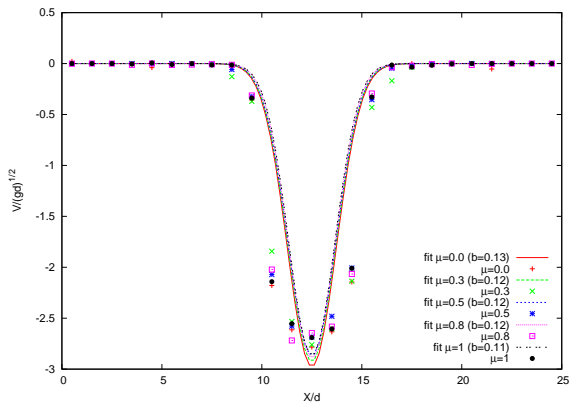


Figure: Récapitulatif de l'effet du coefficient de frottement le profil de vitesse à la hauteur $Z=2d$

Compacité

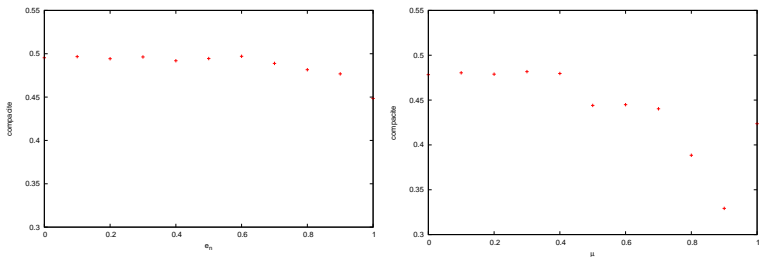


Figure: la compacité décroît avec le coefficient de restitution, elle décroît aussi avec le coefficient de frottement

Conclusion

- ▶ Le débit diminue quand le coefficient de frottement et / ou le coefficient de restitution augmente.
- ▶ Cette diminution a pour origine principale une diminution de la compacité.

Perspectives

- ▶ Autre etude pour justifier nos resultats
- ▶ Comparaison des résultats en continu.